

Параметрический анализ напряженно-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. Математическая модель



Б.В. Бойцов

д.т.н., профессор, заведующий кафедрой 104 «Технологическое проектирование и управления качеством» НИУ МАИ, первый вице-президент Академии проблем качества; Москва



Л.М. Гавва

к.т.н., ведущий инженер, доцент НИУ МАИ; Москва

e-mail: rva101@mail.ru

Аннотация. Реализация системного качественного подхода к расчету и изготовлению опытных образцов авиационной техники из современных композиционных материалов является ключевым вопросом в обеспечении качества продукции в аэрокосмической отрасли. Приводятся соотношения математической модели для исследования напряженно-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. Уточняется математическая модель подкрепляющего элемента при закручивании в условиях одностороннего контакта с обшивкой. Учитывается влияние процесса технологии изготовления панелей: остаточных температурных напряжений и предварительного натяжения армирующих волокон. На основании вариационного принципа Лагранжа построены разрешающее уравнение восьмого порядка и естественные граничные условия. Рассматривается класс точных аналитических решений краевых задач. В операционной среде MATLAB разработан пакет прикладных программ. Проанализировано влияние конструктивных параметров на уровень напряжений и перемещений.

Ключевые слова: панели из композиционных материалов, эксцентричный продольно-поперечный набор, тонкостенный стержень, несимметричная структура пакета, силовое и технологическое температурное воздействие, вариационный принцип Лагранжа, напряженно-деформированное состояние, MATLAB.

В операционной среде MATLAB построены программы и реализован процесс компьютерной многокритериальной оптимизации с учетом технологии изготовления конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов, находящихся в условиях силового и температурного воздействия.

Решение новой задачи – проектирование под заданную стоимость – возможно при объединении моделей высокой точности с современными компьютерными технологиями. Перспективное направление исследований – проектирование композитных конструкций с учетом технологии изготовления, когда технологический процесс принимается во внимание на этапе разработки изделия. Реализация системного качественного подхода к расчету и изготовлению опытных образцов авиационной техники из современных композиционных материалов является ключевым вопросом в обеспечении качества продукции в аэрокосмической отрасли.

Рассматриваются задачи изгиба плоской прямоугольной многослойной панели, изготовленной из полимерных волокнистых композиционных материалов, с эксцентричным продольно-поперечным набором (рис. 1) и плоской прямоугольной композитной панели с несимметричной по толщине структурой пакета (рис. 2). Панели находятся под действием произвольным образом распределенной поперечной нагрузки $q(x,y)$ в стационарном температурном поле интенсивности ΔT . Условия закрепления контура предполагаются достаточно общими.

Принимаются во внимание технологические факторы, имеющие место при изготовлении композитов: остаточные температурные напряжения, возникающие при охлаждении после завершения процесса отверждения, и предварительное натяжение армирующих волокон, осуществляемое в целях повышения несущей способности конструкции.

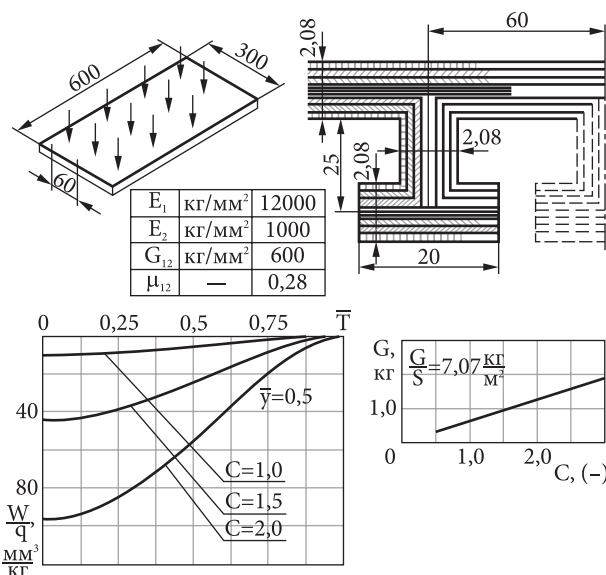


Рис. 1а. Панель с продольно-поперечным набором, защемленная по торцам. Зависимость прогибов и весовых характеристик от соотношения сторон панели

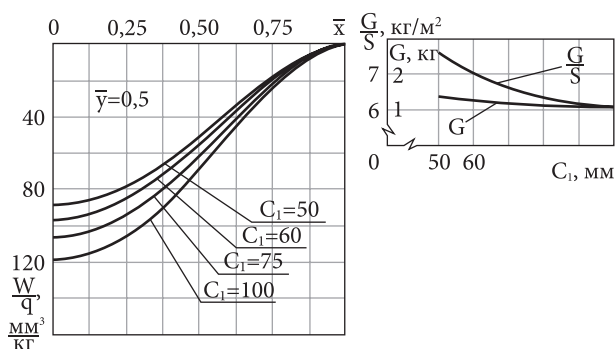


Рис. 1б. Панель с продольно-поперечным набором, защемленная по торцам. Зависимость прогибов и весовых характеристик от расстояния между стрингерами

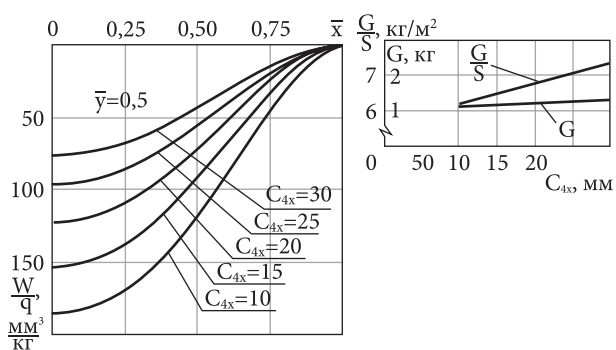


Рис. 1в. Панель с продольно-поперечным набором, защемленная по торцам. Зависимость прогибов и весовых характеристик от высоты стенки стрингера

Препреги при укладке слоев предварительно натянуты, после отверждения натяжение снято.

Задачи решаются в перемещениях с использованием гипотез технической теории тонких пластин для обшивки и приводятся к нахождению смещений единой базисной поверхности приведения. В качестве расчетной модели предлагается схематизация

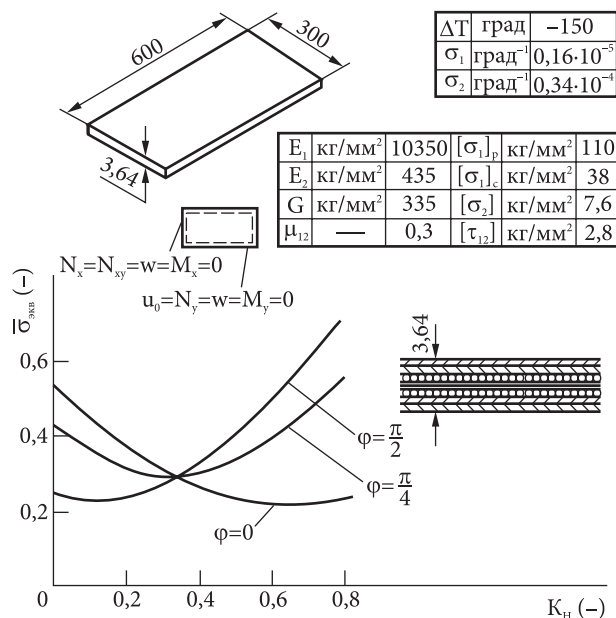


Рис. 2. Панель с несимметричной структурой пакета. Зависимость эквивалентных остаточных температурных напряжений от коэффициента предварительного натяжения армирующих волокон

панелей как конструктивно-анизотропных с «размазыванием» жесткостей тонкостенных подкрепляющих элементов, которые находятся в условиях сложного сопротивления вследствие одностороннего контакта с обшивкой. Дальнейшее развитие теории тонкостенных упругих стержней применительно к общей контактной задаче для обшивки и ребра с уточнением модели последнего при закручивании составляет научную новизну работы.

Проблема определения напряженно-деформированного состояния (НДС) конструктивно-анизотропных панелей сведена к решению краевой задачи для уравнения восьмого порядка в частных производных в прямоугольной области. Данное решение в замкнутом виде построено в одинарных тригонометрических рядах для частного случая согласованных граничных условий по двум противоположным кромкам, а также методом однородных решений для произвольных несогласованных граничных условий на контуре. Рассматриваются все возможные варианты закрепления граничных кромок в отношении связанных плоской задачи и задачи изгиба.

Согласно гипотезе Кирхгофа для компонент вектора перемещений k -ого слоя обшивки:

$$\left. \begin{aligned} u^{(k)}(x, y, z) &= u_0(x, y) - \frac{\partial w}{\partial x}(x, y) z^{(k)} \\ v^{(k)}(x, y, z) &= v_0(x, y) - \frac{\partial w}{\partial y}(x, y) z^{(k)} \\ w^{(k)}(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $u_0(x, y)$ и $v_0(x, y)$ – перемещения u и v при $z = 0$.

Так как структура слоистой обшивки и всей конструктивно-анизотропной панели несимметрична, при последующей реализации гипотез о нормальном элементе плоскость приведения, в которой располагаются координатные оси x, y , соответственно, начало отсчета координаты z , может быть выбрана произвольно.

С использованием соотношений Коши, физических уравнений с учетом влияния температуры и предварительного натяжения волокон, а также формул преобразования напряжений при повороте осей координат компоненты тензора напряжений k -го слоя панели определяются [1–3] равенствами:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \times \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^{(k)} - \bar{\alpha}_1^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H1}^{(k)} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} z^{(k)} - \bar{\alpha}_2^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H2}^{(k)} \\ \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} 2z^{(k)} - \bar{\alpha}_6^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H6}^{(k)} \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

где $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$, $i, j = 1, 2, 6$ – жесткости слоя, $\bar{\alpha}_j^{(k)}$, $j = 1, 2, 6$ – коэффициенты температурного расширения слоя, $\bar{\varepsilon}_{Hj}^{(k)}$, $j = 1, 2, 6$ – деформация натяжения слоя, приведенные к осям координат панели; ΔT – разность между комнатной температурой и температурой отверждения при расчете остаточных температурных напряжений либо интенсивность внешнего температурного поля.

Уровень деформации предварительного натяжения слоя определяется допускаемой деформацией слоя с точностью до безразмерного коэффициента K_{Hj} , $j = 1, 2, 6$, меняющегося от 0 до 1. При записи физических соотношений в виде (2) не принимается во внимание, что в препреге – слое – предварительно натягиваются лишь волокна, в то время как после снятия натяжения слой деформируется полностью.

В силу совместной работы в одностороннем контакте с обшивкой элементы набора находятся в условиях косоугольного изгиба и стесненного кручения. Для определения НДС ребер жесткости применяется предложенный В.З. Власовым [4] вариационный метод расчета тонкостенных пространственных систем в перемещениях, дающий возможность построить теорию тонкостенных упругих стержней без введения гипотезы об отсутствии деформации сдвига срединной поверхности профиля.

Перемещения и углы поворота панели и подкреплений по линиям контакта считаются равными.

Компоненты напряженно-деформированного состояния k -го слоя композитных стрингеров вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} u_1^{(k)}(x, s) &= u_0(x) - \frac{\partial w}{\partial x}(x) z^{(k)} - \\ &- \frac{\partial v_0}{\partial x}(x) y^{(k)} + [u_4(x)]_1 \omega_1^{(k)}(s) \\ v_1^{(k)}(x, s) &= w(x) z'^{(k)} + v_0(x) y'^{(k)} - \frac{\partial w}{\partial y}(x) \rho_1^{(k)}(s) \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x1}^{(k)} &= \bar{Q}_{11}^{(k)} \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^{(k)} - \frac{\partial^2 V_0}{\partial x^2} y^{(k)} + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial (u_4)_1}{\partial x} \omega_1^{(k)} - \bar{\alpha}_1^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H1}^{(k)} \right] \\ \tau_{xy1}^{(k)} &= \bar{Q}_{66}^{(k)} \left[- \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} (\rho_1 + \rho_1^0)^{(k)} + (u_4)_1 \rho_{\omega_1}^{(k)} \right] \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Здесь деформация поперечного сечения $u_4(x)$ полагается свободной, $\omega_1^{(k)}(s)$ строится в соответствии с эпюрой секториальных площадей для открытых контуров. Учитывается деформация сдвига при кручении тонкостенного стержня, которая определяется его поворотом относительно выбранного полюса, а также относительно центра изгиба в рамках поправок по теории «чистого» кручения. $\rho_1^{(k)}(s)$, $\rho_{\omega_1}^{(k)}(s)$ – длины перпендикуляров, опущенных на касательную к контуру в рассматриваемой точке из точки контакта стрингера с обшивкой и из центра изгиба, соответственно, $\rho_1^0(s)$ определяет дополнительный момент инерции продольного ребра при «чистом кручении».

Аналогичным образом строятся перемещения и напряжения ребер жесткости, расположенных по оси y .

Ниже рассматривается упрощенный вариант математической модели, соответствующий предположению о малости нормальных напряжений, обусловленных изгибом подкреплений в плоскости панели и деформацией их поперечных сечений. Используя асимптотические свойства и пренебрегая членами, соответствующими краевым эффектам, в выражениях (3), (4) будем считать, что стержни работают на растяжение-сжатие, изгиб из плоскости пластины и кручение. При этом задача сводится в дальнейшем к исследованию медленно меняющегося основного напряженного состояния в рамках разрешающего уравнения восьмого порядка в частных производных.

Уравнения равновесия и естественные граничные условия выводятся с помощью вариаци-



онного принципа Лагранжа в результате минимизации функционала полной потенциальной энергии системы

(5)

$$\delta \Theta = 0, \text{ где } \Theta = \iint_s f \left[x, y; u_{0x}, u_{0y}; v_{0x}, v_{0y}; w, w_{xx}, w_{xy}, w_{yy}; (u_4)_1, (u_4)_2 \right] dx dy.$$

Уравнения равновесия панели при действии внешней погонной нагрузки в направлении нормали к поверхности представляют собой систему трех дифференциальных уравнений относительно трех искомых функций перемещений – $u_0(x, y)$, $v_0(x, y)$, $w(x, y)$, которая в операторной форме имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} L_{11}u_0 + L_{12}v_0 + L_{13}w &= 0 \\ L_{21}u_0 + L_{22}v_0 + L_{23}w &= 0 \\ L_{31}u_0 + L_{32}v_0 + L_{33}w &= -q \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где L_{ij} , $i, j=1, 2, 3$ – линейные дифференциальные операторы, например:

$$\begin{aligned} L_{11} &= A_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \\ L_{13} &= -B_{11} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} - B_k \frac{\partial^3}{\partial y^3} - B_{26} \frac{\partial^3}{\partial y^3}; \\ L_{33} &= -D_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 4D_{16} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} - 2D_k \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_{26} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} - D_{22} \frac{\partial^4}{\partial y^4}, \end{aligned}$$

где A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} , $i, j=1, 2, 6$, k – обобщенные жесткости, определяемые характеристиками материала и геометрией панели.

Если структура композиционного материала и композитной панели ортотропна, то жесткости $A_{16}=A_{26}=0$, а жесткостями B_{16} , B_{26} , D_{16} , D_{26} можно пренебречь вследствие их малости по сравнению с остальными жесткостными характеристиками.

Система дифференциальных уравнений равновесия (6) может быть сведена к одному разрешающему дифференциальному уравнению относительно потенциальной функции $\Phi(x, y)$, через которую выражаются все расчетные величины задачи.

В рамках метода символического интегрирования перемещения определяются минорами детерминанта $\det [L_{ij}]$, $i, j=1, 2, 3$, составленными по его третьей строке, соответствующей неоднородному уравнению системы (6), первые два однородных уравнения удовлетворяются тождественно:

$$u_0 = |L_{12}L_{23} - L_{22}L_{13}| \Phi;$$

$$v_0 = -|L_{11}L_{23} - L_{21}L_{13}| \Phi;$$

$$w = |L_{11}L_{22} - L_{21}L_{12}| \Phi.$$

Или для ортотропной структуры:

$$\begin{aligned} w &= \left(R_{40} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + R_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + R_{04} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) \Phi; \\ u_0 &= \left(R_{50} \frac{\partial^5}{\partial x^5} + R_{32} \frac{\partial^5}{\partial x^3 \partial y^2} + R_{14} \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4} \right) \Phi; \\ v_0 &= \left(S_{41} \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} + S_{23} \frac{\partial^5}{\partial x^2 \partial y^3} + S_{05} \frac{\partial^5}{\partial y^5} \right) \Phi. \end{aligned} \quad (7)$$

Третье уравнение системы (6) на основании формул связи (7) сводится к неоднородному линейному дифференциальному уравнению в частных производных восьмого порядка относительно искомой потенциальной функции $\Phi(x, y)$:

$$\begin{aligned} \frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial b^4} + \\ + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial b^8} = q. \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициенты $R_{4-i,i}$, $i=0,2,4$, $R_{5-i,i}$, $i=0,2,4$, $S_{5-i,i}$, $i=1,3,5$ в формулах связи (7) и $K_{8-i,i}$, $i=0,2,4,6,8$ в разрешающем уравнении (8) – постоянные величины, зависящие от упругих свойств материала и геометрических параметров конструкции; $x=x/a$, $y=y/b$ в (8) – безразмерные координаты, отнесенные к полудлине a и к ширине панели b , соответственно.

Линейные дифференциальные операторы связи (7) для симметричных компонентов НДС и линейный дифференциальный оператор разрешающего уравнения (8) содержат производные четной степени по каждой из координат. Кососимметричные компоненты НДС определяются нечетными производными.

Естественные граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} (9) \\ x = const \rightarrow \\ \rightarrow N_x \delta u_0 = N_{xy} \delta v_0 = \bar{Q}_x \delta w = M_x \delta w_x = H_{xy} \delta w_y = 0 \\ y = const \rightarrow \\ \rightarrow N_y \delta v_0 = N_{yx} \delta u_0 = \bar{Q}_y \delta w = M_y \delta w_y = H_{yx} \delta w_x = 0 \end{aligned} \right\}.$$

позволяют построить выражения для внутренних силовых факторов, например

$$\begin{aligned} N_x = & \frac{A_{11}}{(B_{11})} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{A_{12}}{(B_{12})} \frac{\partial V_0}{\partial y} - \frac{B_{11}}{(D_{11})} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \\ & - \frac{B_{12}}{(D_{12})} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{N_x^T}{(M_x^T)} - \frac{N_x^H}{(M_x^H)}, \end{aligned} \quad (10)$$

согласно которым усилия и моменты зависят как от функций продольного и тангенциального смещений в плоскости обшивки – $u_0(x, y)$, $v_0(x, y)$, так и от функции прогиба $w(x, y)$. В рассматриваемой постановке задача является связанной, то есть не разделяется на плоскую и изгиб пластины; $N_x^T, N_y^T, N_{xy}^T, N_{yx}^T, M_x^T, M_y^T, H_{xy}^T, H_{yx}^T$ – температурные усилия и моменты, $N_x^H, N_y^H, N_{xy}^H, N_{yx}^H, M_x^H, M_y^H, H_{xy}^H, H_{yx}^H$ – усилия и моменты от натяжения.

В расчетной схеме плоской прямоугольной гладкой панели из полимерных волокнистых композиционных материалов, обладающей анизотропией вследствие несимметрии свойств пакета по толщине, распространение гипотезы Кирхгофа на все тело анизотропной среды является правомочным. Внутренние силовые факторы композитной обшивки без подкреплений с несимметричной структурой пакета могут быть получены путем интегрирования соответствующих компонент тензора напряжений (2) по координате z . В этом случае система (6) следует из уравнений равновесия в канонической форме – через усилия и моменты.

Конкретные решения связаны с условиями закрепления панелей в составе проектируемой конструкции.

Решение краевых задач в прямоугольной области для уравнения (8) построено в замкнутом виде в одинарных тригонометрических рядах для частного случая граничных условий по двум противоположным кромкам:

$$y=0; 1 \rightarrow u_0=N_y=w=M_y=0. \quad (11)$$

Эти условия принято называть согласованными: они соответствуют шарниру в отношении изгиба, а в отношении плоской задачи – скользящей заделке в тангенциальном направлении, когда часть контура панели нагружена потоками касательных сил. Панель по границе, перпендикулярной оси y , нагружена потоками касательных сил N_{yx} , которые уравниваются нормальными усилиями N_x на границе и площадках, перпендикулярных оси x .

Условия на торцах произвольны и могут быть условиями упругой заделки типа

$$\begin{aligned} x=\pm 1 \rightarrow & (\gamma_1 u_0 + \delta_1 N_x) = (\gamma_2 u_0 + \delta_2 N_{xy}) = (\gamma_3 w + \delta_3 \bar{Q}_x) = \\ & = (\gamma_4 w' + \delta_4 M_x) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} x=-1 \rightarrow & (\varepsilon_1 u_0 + \xi_1 N_x) = (\varepsilon_2 u_0 + \xi_2 N_{xy}) = (\varepsilon_3 w + \xi_3 \bar{Q}_x) = \\ & = (\varepsilon_4 w' + \xi_4 M_x) = 0 \\ x=1 \rightarrow & (\gamma_1 u_0 + \delta_1 N_x) = (\gamma_2 u_0 + \delta_2 N_{xy}) = (\gamma_3 w + \delta_3 \bar{Q}_x) = \\ & = (\gamma_4 w' + \delta_4 M_x) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

в симметричной либо в несимметричной краевых задачах, соответственно; коэффициенты $\gamma_i, \delta_i, \varepsilon_i, \xi_i, i=1, 2, 3, 4$ меняются от 0 до 1.

Равенства (12), (13) позволяют рассмотреть все возможные варианты закрепления граничных кромок в отношении связанных плоской задачи и задачи изгиба: защемление, скользящую заделку, шарнирное закрепление, свободный край.

Разрешающая функция – обобщенная функция перемещений, удовлетворяющая (8), (11) и затем – (12) или (13), раскладывается в ряд по системе тригонометрических функций:

$$\Phi(x, y) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \Phi_n(x) \sin(n\pi y), \quad (14)$$

то есть решение уравнения (8), удовлетворяющее краевым условиям, представим в одинарных тригонометрических рядах, где $\Phi_n(x)$ подлежит определению.

В соответствии с изложенным алгоритмом разработан пакет прикладных программ для PC на языке операционной среды MATLAB. Программы предназначены для исследования напряженно-деформированного состояния и оптимизации процесса проектирования конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. В рамках связанных плоской задачи и задачи изгиба рассматриваются все возможные варианты закрепления кромок, вытекающие из условий упругой заделки.

В качестве примеров на рис. 1 представлены результаты определения перемещений в прямоугольных панелях из углепластика с эксцентричным продольно-поперечным набором, находящихся под действием постоянной погонной поперечной нагрузки $q(x, y) = \text{const}$. Краевые условия по координате x симметричны и соответствуют защемлению.

На рис. 1а прогибы панели зависят от соотношения сторон s . При изменении соотношения сторон от 2,0 до 1,0 вес панели снижается в два раза, а максимальный прогиб падает в 9,6 раза.

На рис. 1б прогибы панели зависят от расстояния между стрингерами s_1 . При увеличении расстояния между стрингерами от 50 мм до 100 мм вес



панели снижается в 1,3 раза, а максимальный прогиб возрастает в 1,4 раза.

На рис. 1в прогибы панели зависят от высоты стенки стрингера s_4x . При уменьшении высоты стенки профиля от 30 мм до 10 мм вес панели снижается в 1,2 раза, а максимальный прогиб возрастает в 2,5 раза.

На рис. 2 представлены результаты определения остаточных температурных напряжений, возникающих при охлаждении после завершения процесса отверждения в плоской прямоугольной панели из углепластика с несимметричной структурой пакета по толщине. Контур панели шарнирно оперт в отношении изгиба, граничные условия по продольным кромкам соответствуют скользящей заделке, поперечные края свободны от усилий и моментов в отношении плоской задачи.

Дана оценка влияния предварительного натяжения армирующих волокон на уровень относительных эквивалентных остаточных технологических напряжений. Оптимальный уровень предварительного натяжения соответствует 35% от допускаемой деформации слоя.

Выполнена компьютерная многокритериальная оптимизация конструктивно-анизотропных композитных панелей ЛА. Так как решение строится точными аналитическими методами, время расчета варианта минимально, что представляет интерес с точки зрения практики проектирования с использованием параметрического анализа. Результаты расчетов на прочность дают возможность снижения и оптимизации весовых характеристик конструкции.

Литература

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 269 с.
2. Дудченко А.А., Елпатьевский А.Н., Лурье С.А., Фирсанов В.В. Расчет пластин из композиционных материалов. М.: МАИ, 1993. 68 с.
3. Молодцов Г.А., Гавва Л.М., Иванов В.И., Осинская Е.А. Макро- и микромоделли при расчете на прочность плоских панелей из слоистых композиционных материалов с учетом остаточных технологических напряжений и предварительного натяжения волокон. М. 1987. 30 с. (ВИНИТИ, №6570 – В-87, 08.09.87).
4. Власов В.З. Избранные труды в 3-х томах. М.: Изд-во АН СССР, т.2, 1963. 508 с.

The Parametrical Analysis of the Intense Deformed Condition of Constructive and Anisotropic Panels from the Composite Materials. Mathematical Model

B.V. Boytsov, doctor of technical science, professor, head of the department of National Research University Moscow Aviation Institute, first vice-president of Academy of quality problems; Moscow

L.M. Gavva, candidate of technical science, associate professor of National Research University Moscow Aviation Institute; Moscow

e-mail: rva101@mail.ru

Summary. Realization of system high-quality approach to calculation and production of prototypes of the aircraft equipment from modern composite materials is a key question in ensuring quality of production in space branch.

Ratios of mathematical model for a research of the intense deformed condition of constructive and anisotropic panels from composite materials are given. The mathematical model of the supporting element when twisting in the conditions of unilateral contact with a covering is specified. Influence of process of manufacturing techniques of panels is considered: the residual temperature tension and a preliminary tension of the reinforcing fibers. On the basis of the variation principle of Lagrange the allowing equation of the eighth order and natural boundary conditions are constructed. The class of exact analytical solutions of regional tasks is considered. In an operating environment of MATLAB the application program package is developed. Influence of design data on the level of tension and relocation is analyzed.

Keywords: panels from composite materials, an eccentric longitudinally cross set, a thin-walled core, asymmetrical structure of a package, power and technological temperature influence, the variation principle of Lagrange, the intense deformed state, MATLAB.

References:

1. Vasilyev V.V. Mechanics of designs from composite materials. *Mechanical engineering*. 1988. Moscow, 269 p.
2. Dudchenko A.A., Elpatyevskiy A.N., Lurye S.A., Firsanov V.V. Calculation of plates from composite materials. *Moscow Aviation Institute*. 1993. Moscow, 68 pages.
3. Molodtsov G.A., Gavva L.M., Ivanov V.I., Osinskaya E.A. Makro and micromodels when calculating on durability of flat panels from layered composite materials taking into account the residual technological tension and a preliminary tension of fibers. 1987. Moscow 30 p.
4. Vlasov V.Z. Proceedings in three volumes. *Publishing house AS USSR*. 1963. V. 2. Moscow, 508 p.