



Исследование свойств нетранзитивных включений в результатах экспертных измерений

И.Ф. Шишкин

Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева; Санкт-Петербург

Д.Н. Хамханова

Восточно-Сибирский государственный университет технологии и управления; г. Улан-Удэ

e-mail: darima-1956@yandex.ru

С.М. Шарапова

Восточно-Сибирский государственный университет технологии и управления; г. Улан-Удэ

Аннотация. В статье рассматриваются свойства нетранзитивных включений, появляющихся как в результатах попарного сравнения объектов экспертиз, так и в результатах ранжирования при определении весовых коэффициентов показателей качества продукции и услуг.

Ключевые слова: качество, показатели качества, ранжирование, попарное сопоставление, нетранзитивность.

При контроле качества продукции и услуг часто применяются экспертные методы измерения, в частности метод ранжирования и метод парных сравнений.

Практика применения метода парных сравнений показывает, что при парном сравнении на шкале порядка могут возникать нетранзитивные подмножества.

Например, при сравнении трех объектов A, B, C существует 8 возможных результатов измерения:

$A > B, B > C, A > C;$
 $A > B, B < C, A > C;$
 $A > B, B > C, A < C;$
 $A > B, B < C, A < C;$
 $A < B, B > C, A > C;$
 $A < B, B < C, A > C;$
 $A < B, B > C, A < C;$
 $A < B, B < C, A < C.$

Из них 6 результатов типа $A > B, A > C, B > C$, которые показывают, что один объект предпочтитель-

нее два раза, другой – один раз, третий – ни разу. У двух оставшихся результатов:

$A > B, B > C, C > A,$
 $A < B, B < C, C < A$

ни один из объектов не имеет предпочтения друг перед другом, т.е. появляется нетранзитивное подмножество. Они названы циклическими триадами [1]. Появление циклических триад означает непоследовательность в суждениях части экспертов, и ее простейшее объяснение состоит в том, что эксперт иногда гадает, объявляя свои предпочтения. Он может гадать из-за своей некомпетентности или потому, что на самом деле объекты весьма похожи. Вероятность циклической триады равна $1/4$ в случае сравнения трех объектов.

То же самое можно наблюдать при получении результатов измерения методом ранжирования.

Допустим, что n экспертов ранжируют m объектов экспертизы. При $n = 3, m = 3$, возможно расположение мнений приведенное в табл. 1.

В этом примере мнения экспертов расположились следующим образом:

- мнение первого эксперта: $C > B > A;$
- мнение второго эксперта: $B > A > C;$
- мнение третьего эксперта: $A > C > B.$

Решение в виде ранжированного ряда отсутствует, возникает нетранзитивный элемент $A < B, B < C, C < A$, который можно представить в виде свертки:

$$\begin{array}{c} A < B \\ \swarrow \quad \nearrow \\ C \end{array}$$

Нетранзитивные подмножества возникают не только при сравнении трех объектов экспертизы, но и более объектов. При числе экспертов $n = 4$ и количестве сравниваемых показателей качества $m = 4$ возможно расположение мнений экспертов, приведенное в табл. 2.

Таблица 1.

Мнения экспертов

Показатели	Эксперты			Сумма рангов
	1	2	3	
A	1	2	3	6
B	2	3	1	6
C	3	1	2	6

Таблица 2.

Мнения экспертов

Показатели	Эксперты				Сумма рангов
	1	2	3	4	
A	1	2	3	4	10
B	2	3	4	1	10
C	3	4	1	2	10
D	4	1	2	3	10

В данном примере решение в виде ранжированного ряда также отсутствует, возникает нетранзитивный элемент $D > C, C > B, B > A$, но $A > D$, который можно представить в виде следующей свертки:

$$\begin{array}{l}
 A < B \\
 \vee \quad \wedge \\
 D > C
 \end{array}$$

Исследование всевозможных вариантов проявления нетранзитивных включений показало, что при увеличении числа объектов экспертизы возможны появления свертки (нетранзитивных включений), состоящей из пяти и более элементов, которые названы нами нетранзитивными звеньями [2]. Поэтому первое свойство нетранзитивных включений – это появление нетранзитивных звеньев, состоящих из трех и более элементов.

Вполне возможно появление нетранзитивных включений, состоящих не только из нетранзитивных звеньев. Например, при полном парном сравнении четырех объектов экспертизы одним экспертом возможно получение следующего результата (табл. 3).

Допустим, в табл. 3 одним экспертом проведено парное сравнение 4-х объектов A, B, C, D, где цифрой 1 обозначено предпочтение j объекта перед i объектом, цифрой 0 обозначено предпочтение i объекта перед j объектом.

В данном случае, по мнению эксперта, три объекта экспертизы получили одинаковое количество предпочтений, и в ранжированном ряду образовалось нетранзитивное включение, состоящее из элементов A, B, C, где любой из них менее предпочтительнее D.

Таблица 3.

Мнение эксперта

Показатели	Показатели				Число предпочтений, K_j	
	i	A	B	C		D
	j	A	B	C		D
A	X	1	0	0	1	
B	0	X	1	0	1	
C	1	0	X	0	1	
D	1	1	1	X	3	

Решение может быть представлено в виде свертки:

$$\begin{array}{l}
 A > B \\
 \wedge \quad \vee \\
 C < D
 \end{array}$$

Исследование всевозможных проявлений нетранзитивных включений, по результатам сравнения шести и более объектов, показывает появление нетранзитивных звеньев, связанных между собой одним или двумя связующими элементами. Например, в случае сравнения шести объектов экспертизы возможно получение результата, представленного в табл. 4.

В данном случае, по мнению эксперта, пять объектов экспертизы B, C, D, E, F получили одинаковое количество предпочтений, где любой из них предпочтительнее A. Решение в виде свертки имеет вид:

$$\begin{array}{l}
 b > a \\
 \wedge \quad \vee \\
 a < c \\
 \wedge \quad \vee \\
 e < d
 \end{array}$$

Здесь два нетранзитивных звена, связанных между собой одним связующим элементом A.

Нетранзитивные звенья, состоящие из трех элементов и связанные между собой одним связующим элементом, названы нами нетранзитивными цепями, поэтому вторым свойством нетранзитивных включений является образование цепи.

При увеличении числа объектов экспертизы образуются более сложные нетранзитивные включения, состоящие из трех и более элементов и соединенных между собой одним или двумя связующими элементами [3], которые нами названы нетранзитивной сетью. Следовательно, третьим свойством нетранзитивных включений является образование сети.

Кроме того, нетранзитивные включения могут появляться как по центру ранжированного ряда, так и по краям. Например, мнения экспертов

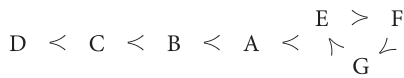
Таблица 4.

Мнение эксперта

Показатели	Показатели						Число предпочтений, K_j	
	i	A	B	C	D	E		F
	j	A	B	C	D	E		F
A	X	0	0	0	0	0	0	
B	1	X	0	1	0	1	3	
C	1	1	X	0	1	0	3	
D	1	0	1	X	1	0	3	
E	1	1	0	0	X	1	3	
F	1	0	1	1	0	X	3	

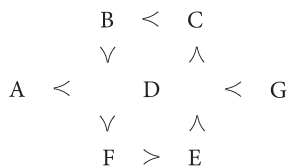


о семи объектах экспертизы могут быть выражены так, как представлены в табл. 5 и 6.



По результатам табл. 5 получен ранжированный ряд, включающий в себя нетранзитивное включение из трех элементов E, F, G , каждый из которых предпочтительнее A, B, C, D . Решение в виде свертки имеет вид, в котором нетранзитивное звено появляется на правом краю ранжированного ряда:

По данным табл. 6 получен ранжированный ряд, состоящий из нетранзитивного включения из 5 элементов, где элементы B, C, D, E, F менее предпочтительны, чем элемент G , но более предпочтительны, чем элемент A :



В данном случае нетранзитивные звенья находятся в середине ранжированного ряда.

Таким образом, можно констатировать, что основными свойствами нетранзитивных включений являются:

- 1) образование нетранзитивного звена, состоящего из трех и более элементов;
- 2) образование нетранзитивных цепей, состоящих из одного и более звеньев, соединенных между собой одним элементом;
- 3) образование нетранзитивных сетей, состоящих из одного и более звеньев, соединенных между собой одним или двумя элементами;
- 4) появление нетранзитивных звеньев как на краю, так в середине ранжированного ряда.

Литература

1. Kendall M.G. Rank correlation methods / M. G. Kendall. – 3-d ed. – London: Griffin. = Кендэл М. Ранговые корреляции: пер. с англ. Е. М. Четыркина и Р. М. Энтова / М. Кендэл. – Москва: Статистика, 1975. – 214 с.
2. Шишкин И.Ф. Топологические пространства с нетранзитивными подмножествами // Докл. юбил. науч.-техн. конф. – Санкт-Петербург. – 2006. – Т. 1.
3. Шаропова С.М. Исследование нетранзитивных подмножеств в результатах экспертных измерений // Материалы I международной научно-практической конференции «Качество как условие повышения конкурентоспособности и путь к устойчивому развитию». – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ. – 2009. – С. 138–145.

Таблица 5.

Мнение эксперта

Показатели	Показатели							Число предпочтений, K_j	
	$i \ j$	A	B	C	D	E	F		G
A	X	1	1	0	0	0	0	0	2
B	0	X	1	1	0	0	0	0	2
C	0	0	X	1	0	0	0	0	1
D	1	0	0	X	0	0	0	0	1
E	1	1	1	1	X	1	0	0	5
F	1	1	1	1	0	X	1	0	5
G	1	1	1	1	1	0	X	0	5

Таблица 6.

Мнение эксперта

Показатели	Показатели							Число предпочтений, K_j	
	$i \ j$	A	B	C	D	E	F		G
A	X	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	X	0	1	1	0	0	0	3
C	1	1	X	0	0	1	0	0	3
D	1	0	1	X	0	1	0	0	3
E	1	0	1	1	X	0	0	0	3
F	1	1	0	0	1	X	0	0	3
G	1	1	1	1	1	1	X	0	6

Investigation of the Properties of Nontransitive Inclusions in the Results of Expert Measurements

I.F. Shishkin, all-Russian research Institute of Metrology named after D. I. Mendeleev; St. Petersburg
D.N. Khamkhanova, East-Siberian state university of technology and management; Ulan-Ude

e-mail: sdarima-1956@yandex.ru

S.M. Sharapova, East-Siberian state university of technology and management; Ulan-Ude

Summary. In this article, we consider the properties of nontransitive inclusions that appear both in the results of pairwise comparison of objects of analysis, and in ranking results in determining the weight coefficients of the quality indicators of products and services.

Keywords: quality, quality measures, ranking, pairing, non-transference.

References:

1. Kendall M.G. Rank correlation methods. Griffin. London, 1975. 214 p.
2. Shishkin I.F. Topological spaces with nontransitive subsets. *The report of the jubilee scientific and technical conference*. St. Petersburg, 2006, Volume 1.
3. Sharapova S.M. The study of nontransitive subsets in the results of expert measurements. Materials of the I International Scientific and Practical Conference «Quality as a condition for increasing competitiveness and the path to sustainable development». Publishing house of the East-Siberian state university of technology and management. Ulan-Ude, 2009. pp. 138–145.