

Математическая модель изменения формы эритроцитов для регистрации патологии оптоакустическим методом

Д.А. Кравчук

доцент кафедры электрогидроакустической и медицинской техники Южного федерального университета ИНЭП; г. Ростов-на-Дону

e-mail: denik545@ya.ru

Аннотация. Разработаны математически модели описывающие форму здоровых и патологически измененных эритроцитов с использованием параметрической модели u , которая, имеет полиномиальное разложение Лежандра для поверхностной параметризации. Этот необходимо для исследования морфологии эритроцитов с использованием оптоакустических (ОА) методов для генерирования спектров оптоакустического сигнала, генерируемых нормальными дискоцитами и эритроцитами с измененной формой (стоматоцитами).

Ключевые лазер, диагностика, оптоакустические волны, биожидкость, эритроцит.

Введение

Нормальная форма эритроцита в физиологических условиях имеет двояковогнутую форму и называется дискоидом (дискоцитом). Однако исследователи обнаружили, что существует много агентов, которые могут модифицировать морфологию эритроцита, приводящую к осесимметричным и неосесимметричным формам [1, 2]. С другой стороны, существует несколько агентов, которые могут способствовать вогнутым формам, называемым стоматоцитами. Это патологические формы, способные вызывать нарушения кровообращения. Большинство существующих методов, определяющих формы отдельных эритроцитов, являются трудоемкими [3]. Поэтому необходимо разработать простой и быстрый метод определения *in vitro* и *in vivo* морфологии эритроцитов, исследовать морфологию эритроцитов с использованием оптоакустических (ОА) методов [1-4].

Моделирование

Для математического описания контура эритроцита разработаны математические модели Эванса и Фунга, они описываются уравнением [4]:

$$z(u) = \sqrt{1 - \left(\frac{u}{R}\right)^2} \left(c_0 + c_1 + c_2 \left(\frac{u}{R}\right)^2 \right), \quad (1)$$

где u – горизонтальное расстояние; c_0 , c_1 и c_2 – эмпирические константы, определяющие форму кровяных телец. Другая популярная модель для конструирования контура эритроцитов была предложена Кучелем и Факереллом [5]. Она имеет три параметра: ξ_1 , ξ_2 и ξ_3 , определяющие форму эритроцита, и представлена следующим уравнением:

$$(u^2 + z^2)^2 + \xi_1 u^2 + \xi_2 u^2 + \xi_3 = 0. \quad (2)$$

Коэффициенты (c_0 , c_1 , c_2 или ξ_1 , ξ_2 и ξ_3) могут быть определены по четырем морфологическим параметрам [5]. Этими параметрами являются диаметр ($D = 2R$), толщина ямочки (t), максимальная толщина (h) и диаметр, нарисованный на месте максимальной высоты (d). Коэффициенты уравнения (1) и (2) можно определить, построив три уравнения с использованием граничных условий. Для модели Кучеля и Факерелла они могут быть проиллюстрированы следующим образом.

Случай 1: при $u = 0$ и $z = t/2$ получаем:

$$\left(\frac{t}{2}\right)^4 + \xi_2 \left(\frac{t}{2}\right)^2 + \xi_3 = 0. \quad (3)$$

Случай 2: при $u = d/2$ и $z = h/2$ получаем:

$$\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2\right]^2 + \xi_1 \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \xi_2 \left(\frac{h}{2}\right)^2 = 0. \quad (4)$$

Случай 3: при $u = R$ и $z = 0$ уравнение становится:

$$R^4 + \xi_1 R^2 + \xi_3 = 0. \quad (5)$$

Уравнения (3), (4) и (5) в этой работе были использованы для оценки коэффициентов. Контур, сгенерированные для нормального эритроцита, а также для эритроцита с измененной формой (называемые стоматоцит-1 и стоматоцит-2 в тексте), были сгенерированы с использованием параметрического уравнения Кучеля-Факерелла и показаны на рис. Для стоматоцитов верхняя полусфера была построена с использованием уравнения (2), тогда как нижняя половина рассматривалась как полусфера.

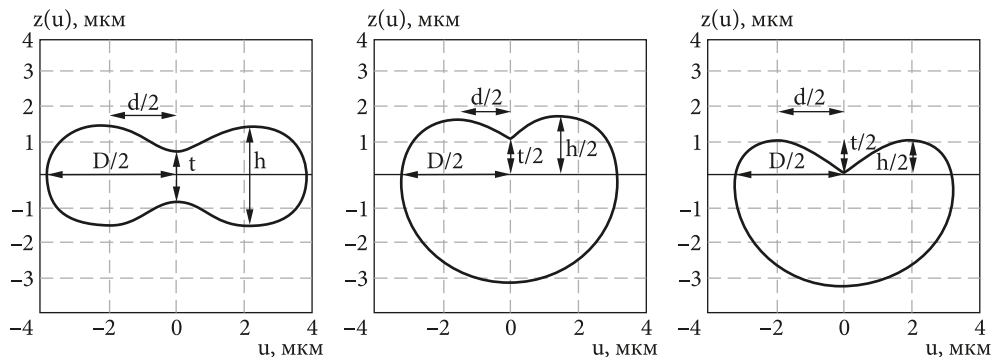


Рис. Двумерные поперечные сечения нормальных и патологических форм эритроцитов
а: дискоцит, б: стоматоцит-1, в: стоматоцит-2

Заключение

В этой работе обсуждались различные параметрические модели (модели Эванса и Фунга и модели Кучеля и Факерелла) для создания контура эритроцита. Эти модели обеспечивают осесимметричные формы, которые могут быть снабжены полиномиальными разложениями Лежандра. В работе обсуждается возможность использования ОА-методов для оценки количества и формы эритроцитов [4, 6–10]. С этой целью была разработана двумерная модель изменения формы эритроцитов для последующего моделирования ОА-сигнала. Проводимые в работах [6–8] моделирования ОАС от сферических эритроцитов позволяют дополнить разработанную модель в [6, 9, 12–14] для определения уровня гематокрита и процента агрегации эритроцитов с учетом их формы. Результаты моделирования показывают целесообразность продолжения экспериментальных исследований ОАС в биологических средах [7, 10]. Математическое моделирование проводилось в среде *Mathlab*.

Литература

1. Lim H.W., G, Wortis M. and Mukhopadhyay R. Stomatocyte-discocyte-echinocyte sequence of the human red blood cell: Evidence for the bilayer-couple hypothesis from membrane mechanics PNAS 99 pp.16766–16769. 2002.
2. Reinhart W.H. and Chien S. Red cell rheology in stomatocyte-echinocyte transformation roles of cell geometry and cell shape, Blood 67 pp.1110–1118. 1986.
3. Strohm E.M, Berndt E.S.L. and Kolios M.C. Probing red blood cell morphology using high frequency photoacoustics Biophys. J. 105 pp. 59–67. pp. 2013.
4. Evans E. and Fung Y.C. Improved measurements of the Erythrocyte geometry Microvasc.Res. 4 pp. 335–47. 1972.
5. Kuchel P.W. and Fackerell E.D. Parametric equation representation of biconcave erythrocytes Bull. Math. Biol. 61. pp. 209–220. 1999.
6. Кравчук Д.А., Старченко И.Б. Математическое моделирование оптоакустического сигнала

от сферических поглотителей на примере эритроцитов // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия «Управление, вычислительная техника, информатика». Медицинское приборостроение. 2017. Т. 7. – № 3(24). С. 101–107.

7. Старченко И.Б., Кравчук Д.А., Кириченко И.А. Прототип оптоакустического лазерного цитомера. / Медицинская техника. 2017. – № 5. С. 4–7.

8. Кравчук Д.А. Система проточной лазерной диагностики жидкостей при генерации оптоакустического сигнала на рассеивателях сферической формы // Качество и жизнь. 2017. – № 4. С. 74–78.

9. Кравчук Д.А. О методе моделирования оптоакустических сигналов от источников сферической формы на примере эритроцитов. // Качество и жизнь. 2017. – № 4. С. 78–80.

10. Кравчук Д.А. Экспериментальные исследования и моделирование процесса генерации оптоакустических волн. Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона». 2017. Т. 45. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2017/4234.

11. Кравчук Д.А. Теоретические исследования генерации оптоакустических волн в жидкости цилиндрическими поглотителями. Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона». 2017. Т. 46. № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2017/4350 ISSN 2073-8633.

12. Кравчук Д.А. Аналитический результат генерации оптоакустических волн для сферических поглотителей в дальнем поле. Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона». 2017. Т. 47. № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4436.

13. Starchenko I.B., Kravchuk D.A., and Kirichenko I.A. An Optoacoustic Laser Cytometer Prototype. Biomedical Engineering. Vol. 51, No. 5, January, 2018, pp. 308–312.

14. Кравчук Д.А. Применение оптоакустических методов в биомедицинских исследованиях Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона», № 4. 2017. URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4484>.

Mathematical Model of Change of a Form of Erythrocytes for Registration of Pathology by an Optoacoustic Method

D.A. Kravchuk, associate professor of electrohydroacoustic and medical equipment of Southern Federal University (Institute of economy of business); Rostov-on-Don

e-mail: denik545@ya.ru

Summary. The mathematical models describing a form of the healthy and pathologically changed erythrocytes with use of parametrical model which has polynomial decomposition of Legendre for superficial parametrization are developed. It is necessary for a research of morphology of erythrocytes with use of optoacoustic (OA) methods for forecasting of the ranges of an optoacoustic signal generated by normal discocytes and erythrocytes with the changed form (stomatocytes).

Keywords: laser, diagnostics, optoacoustic waves, bioliquid, erythrocyte.

References:

1. Lim H.W., Wortis G.M., Mukhopadhyay R. Stomatocyte – discocyte – echinocyte sequence of the human red blood cell: Evidence for the bilayer-couple hypothesis from membrane mechanics PNAS 99 16766-16769. 2002.
2. Reinhart W.H., Chien S. 1986 Red cell rheology in stomatocyte-echinocyte transformation roles of cell geometry and cell shape, Blood 67. pp.1110–1118.
3. Strohm E.M., Berndl E.S.L., Kolios M.C. Probing red blood cell morphology using high frequency photoacoustics Biophys. J. 2013 105 pp. 59–67.
4. Evans E., Fung Y.C. Improved measurements of the Erythrocyte geometry Microvasc. Res. 4, 1972. pp. 335–47.

5. Kuchel P. W., Fackerell E. D. Parametric-equation representation of biconcave erythrocytes Bulletin Mathematical Biological 61. 1999. pp. 209–220.

6. Kravchuk D.A., Starchenko I.B. Mathematical modeling of an optico-acoustic signal from spherical absorbers on the example of erythrocytes. «News of the Southwest state university». Management series, computer facilities, informatics. Medical instrument making. 2017, Volume 7, No. 3 (24). pp. 101–107.

7. Starchenko I.B., Kravchuk D.A., Kirichenko I.A. Prototype of optoacoustic laser cytomeasure. Medical equipment. 2017, No. 5, pp. 4–7.

8. Kravchuk D.A. The system of flowing laser diagnostics of liquids at generation of an optoacoustic signal on lenses of spherical shape. Quality and life. Moscow, 2017, No. 4. pp. 74–78.

9. Kravchuk D.A. About a method of modeling of optoacoustic signals from sources of spherical shape on the example of erythrocytes. Quality and life. Moscow, 2017, No. 4. pp. 78–80.

10. Kravchuk D.A. Pilot studies and modeling of process of generation of optoacoustic waves. Online scientific magazine «Inzhenerny Vestnik Dona». 2017, Volume 45. No. 2. Available at: www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2017/4234.

11. Kravchuk D.A. Theoretical researches of generation of optoacoustic waves in liquid cylindrical absorbers. Online scientific magazine «Inzhenerny Vestnik Dona». 2017, Volume 46, No. 3. Available at: www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2017/4350 ISSN 2073-8633.

12. Kravchuk D.A. Analytical result of generation of optoacoustic waves for spherical absorbers in the distant field. Online scientific magazine «Inzhenerny Vestnik Dona». 2017, Volume 47, No. 4. Available at: www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4436.

13. Starchenko I.B., Kravchuk D.A., and Kirichenko I.A. An Optoacoustic laser cytometer prototype. Biomedical engineering. January, 2018, Volume 51, No. 5. pp. 308–312.

14. Kravchuk D.A. Application of optoacoustic methods in biomedical researches the Online scientific magazine «Inzhenerny Vestnik Dona». 2017, No. 4. Available at: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4484>.

Структурно-функциональная модель технологического процесса нанесения покрытий, получаемых осаждением из вакуумно-дугового разряда

М.И. Янсаитова

аспирант Уфимского авиационного технического университета; Республика Башкортостан, г. Уфа

e-mail: milyausha.yansaitova@mail.ru

Аннотация. В данной работе рассмотрен технологический процесс нанесения покрытий, получаемых осаждением из вакуумно-дугового разряда на основе построения структурно-функциональной модели. Операции

технологического процесса нанесения покрытий, получаемых осаждением из вакуумно-дугового разряда, объединены в 3 этапа. Подробно описывается каждый этап с использованием методологии моделирования IDEF0.

Ключевые слова: технологический процесс, покрытия, получаемые осаждением из вакуумно-дугового разряда, контролируемые параметры, методология моделирования IDEF0.

Структурно-функциональные модели позволяют представить любые процессы, которые реализуются на предприятии. Для создания модели,